

APLICAÇÃO DA TÉCNICA MODAL AO CÁLCULO DE FENÔMENOS TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Sérgio Gomes Machado
João Roberto Cogo
José Carlos de Oliveira

Artigo publicado na Revista Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico
Vol. IX - nº 4 - dezembro/1983 - pgs. 161 a 173

RESUMO

A representação trifásica para estudos de fenômenos que tem sua origem nas operações de chaveamento apresenta uma série de dificuldades, oriundas principalmente do acoplamento mútuo entre fases e da consideração da atenuação das ondas. A teoria Modal, que consiste na utilização de técnicas matriciais associadas a uma transformação linear dos vetores de tensão e corrente constitui-se em uma excelente ferramenta na solução de tais problemas. Esse trabalho propõe apresentar de maneira sucinta a Teoria Modal, dirigida ao cálculo dos fenômenos transitórios, mostrando inclusive resultados obtidos através de programa digital desenvolvido com esta técnica. Os resultados de estudos realizados permitem uma análise conclusiva da importância da consideração dos efeitos referidos acima.

ABSTRACT

It is been shown that three-phase representation for transient studies is a difficult task. The difficulties arise mainly due to the mutual coupling between phases and the damping effect. The Modal Theory which makes use of matrix techniques associated to linear transformations of currents and voltages has been shown to be a way to solve these problems. This work aims to introduce this theory and to apply it to transient studies. A computer digital program is developed and results of practical studies are discussed.

1 - INTRODUÇÃO

Os distúrbios que incidem em um sistema elétrico, quer seja uma descarga atmosférica ou uma mudança no estado permanente de operação, devido, por exemplo, a um chaveamento, resultam em processos transitórios onde uma ou mais ondas eletromagnéticas são injetadas no ponto onde ocorre o distúrbio. Estas ondas propagam-se ao longo do sistema, trazendo como consequência sobretensões transitórias elevadas. Estas sobretensões constituem um esforço muito grande para o isolamento dos sistemas elétricos, cujo dimensionamento depende do conhecimento de tais tensões, haja visto a necessidade de se baixar os custos dos equipamentos, sem contudo diminuir consideravelmente sua confiabilidade.

O cálculo dos transitórios eletromagnéticos tem, portanto, uma importância bastante elevada para o desenvolvimento dos sistemas elétricos de potência. Estes cálculos eram desenvolvidos até a bem pouco tempo quase que exclusivamente através do TNA ("Transients Networks Analysers"). No entanto, a utilização em larga escala dos computadores digitais para cálculo de outros fenômenos tais como, fluxo de carga, curto circuito, estabilidade de sistemas elétricos e outros, levou um grande número de pesquisadores a desenvolver técnicas que tornaram os cálculos digitais tão precisos quanto aqueles feitos através do TNA e, em alguns casos, apresentando vantagens sobre estes.

Neste trabalho utiliza-se a Técnica Modal, pois esta permite desenvolver modelos para considerar a representação polifásica (trifásica) para os sistemas elétricos. Esta técnica propicia, com relativa facilidade, efetuar a inclusão de efeitos tais como a atenuação e distorção das ondas eletromagnéticas devido as perdas e variações dos parâmetros dos sistemas com a frequência.

A Técnica Modal é de suma importância, principalmente na representação polifásica de elementos a parâmetros distribuídos, (linhas, cabos, etc) onde o tempo de propagação das ondas eletromagnéticas é mensurável. A utilização da Técnica Modal associada, ao uso do tradicional Diagrama de Lattice e representando-se os elementos do sistema constituídos por parâmetros concentrados, por pequenas seções de elementos a parâmetros distribuídos (stub-lines) e a representação analítica dos elementos não lineares, constituem a base de um programa digital para cálculos de transitórios eletromagnéticos. São estes princípios básicos que se procura mostrar aqui de uma maneira sucinta, começando pela análise da propagação das ondas em um sistema monofásico para a seguir, desenvolver a técnica capaz de representar esta propagação nos sistemas polifásicos.

2 - PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

A propagação de ondas eletromagnéticas em uma linha de transmissão pode ser descrita por equações diferenciais ordinárias, como as dada a seguir [1]:

$$\frac{d^2 V^F}{dx^2} = -Z^F Y^F V^F = P V^F \quad (1)$$

$$\frac{d^2 I^F}{dx^2} = -Y^F Z^F I^F = P_i I^F \quad (2)$$

Estas equações diferenciais correspondentes às tensões e as correntes em valores de fase foram obtidas pela aplicação da Transformada de Fourier nas equações diferenciais (constituídas por derivadas parciais), e são válidas, portanto, para uma dada frequência angular constante (ω). Nelas V^F e I^F são vetores (colunas) correspondentes às tensões e correntes de fase Z^F e Y^F são matrizes quadradas, onde os elementos da diagonal são respectivamente as impedâncias e admitâncias próprias de cada fase e os elementos fora da diagonal representam respectivamente as impedâncias e admitâncias mútuas, entre fases. Deve-se notar que ambas as matrizes são simétricas, pois tratam-se de elementos passivos, assim $Z_i^F = Z^F$ e $Y_i^F = Y^F$. A matriz P é quadrada, sendo utilizada com o intuito de simplificar a análise, sendo definida como o produto de Z^F por Y^F .

A solução das equações (1) e (2) pelo método clássico, leva a um processo bastante trabalhoso e desestimulante, assim é que a Técnica Modal já será bastante valiosa neste ponto. Esta técnica consiste em fazer uma transformação linear dos vetores de tensão e corrente de tal sorte que as equações diferenciais de segunda ordem envolvam somente matrizes diagonais. Desta forma, será eliminado o efeito do acoplamento mútuo, e a solução é feita componente por componente.

Sejam, portanto V^C e I^C vetores de componentes de tensões e correntes definidos como:

$$V^F = S V^C \quad (3)$$

$$I^F = Q I^C \quad (4)$$

As equações (3) e (4) levadas em (1) e (2), vem respectivamente:

$$\frac{d^2 V^C}{dx^2} = S^{-1} P S V^C = Y^2 V^C \quad (5)$$

$$\frac{d^2 I^C}{dx^2} = Q^{-1} P_i Q I^C = Y'^2 I^C \quad (6)$$

O método está baseado na escolha conveniente das matrizes de transformação S e Q de tal forma que Y^2 e Y'^2 se tornem matrizes diagonais. Desta forma o conjunto de equações diferenciais adquirem o seguinte aspecto:

$$\frac{d^2 V_1^C}{dx^2} = Y_1^2 V_1^C \quad (7)$$

$$\frac{d^2 V_i^C}{dx^2} = Y_i^2 V_i^C \quad (8)$$

$$\frac{d^2 V_n^C}{dx^2} = Y_n^2 V_n^C \quad (9)$$

A solução de cada uma das equações é feita independentemente das demais, como se as equações representassem sistemas monofásicos independentes, assim:

$$V_i^C = V_{iD}^C e^{-Y_i x} + V_{iR}^C e^{Y_i x} \quad (10)$$

$$I_i^C = \frac{1}{Z_i^C} \left(V_{iD}^C e^{-Y_i x} - V_{iR}^C e^{Y_i x} \right) \quad (11)$$

$$Z^C = Y^{-1} S^{-1} Z^F Q \quad (12)$$

Neste ponto é importante ressaltar que a matriz Z^C é diagonal e representa a matriz de impedância de surto das componentes de tensão e corrente. Para que as matrizes S e Q tornem Y^2 e Y'^2 diagonais, deve-se ter:

$$\det(P - Y_i^2) = 0 \quad (13)$$

As colunas da matriz S são obtidas pela solução de um sistema de equações lineares dado por:

$$(P - Y_i^2) S_i = 0 \quad (14)$$

Onde S_i é a i ésima coluna da matriz S , na qual um de seus elementos deve ser arbitrado para que o sistema tenha solução. A matriz S assim obtida nada mais é do que a matriz Modal da matriz P , ou seja, a matriz cujas colunas são os autovetores de P , e Y_i^2 são seus autovalores.

Em virtude disto passa-se a chamar os componentes de tensão obtidos pela transformação, através de S , de componentes modais ou simplesmente modos de tensão.

Um raciocínio similar devia ser feito para a matriz Q e os vetores de corrente. No entanto, como tudo se processa de maneira análoga, ele será omitido aqui. Basta dizer que os autovalores e autovetores de uma matriz e de sua transposta são iguais, então:

$$Y'^2 = Y^2 = S^{-1} P S = Q^{-1} P_i Q \quad (15)$$

Como Y^2 é diagonal, vem:

$$Y^2 = (S^{-1} P S)^t = S_i P_i S_i^{-1} = Q^{-1} P_i Q,$$

logo:

$$Q = S_t^{-1} \text{ e } Q^{-1} = S_t \quad (16)$$

Desta forma para completar a análise da propagação de ondas em sistemas polifásicos, resta determinar os coeficientes de reflexão e as constantes de propagação. As equações (10) e (11) mostram que os modos de tensão e corrente se propagam ao longo da linha de maneira independente uns dos outros, com uma constante de propagação $Y_i = \alpha_i + j\omega\beta_i$ que define a atenuação (α_i) e o defasamento (β_i) ou a velocidade de propagação ($\mu_i = \omega/\beta_i$). Para encontrar o coeficiente de reflexão, considera-se uma linha com impedância de surto Z^o , terminada em uma impedância operacional Z_R . Assim, tal como nos casos monofásicos, a matriz de coeficientes de reflexão é dada por:

$$K = [Z_r + Z^o]^{-1} [Z_r - Z^o] \quad (17)$$

ou

$$K = [Z_r + S Z^C Q^{-1}]^{-1} [Z_r - S Z^C Q^{-1}] \quad (18)$$

onde

$$Z^o = S Z^C Q^{-1} \quad (19)$$

Deve-se notar que as matrizes S e Q que diagonalizam a matriz Z^o não diagonalizam a matriz Z_r . Portanto a matriz de coeficientes de reflexões não é diagonal, ou seja, nos pontos de descontinuidade os modos de propagação não são independentes.

3 - EFEITO DA FREQUÊNCIA NAS EQUAÇÕES DE ONDA

As equações da propagação de ondas eletromagnéticas apresentadas anteriormente são válidas para uma dada frequência angular constante ω . Isto porque os parâmetros das linhas de transmissão variam com a frequência. Logo é importante conhecer o grau de influência da frequência em tais parâmetros e finalmente nas equações de propagação, haja visto que os transitórios eletromagnéticos geram ondas dentro de um espectro de frequência muito amplo. Esta influência nos parâmetros das linhas surge a partir do momento em que um plano de terra de condutividade finita é considerado, seguido do efeito peculiar e outros fenômenos.

Análises dos efeitos da frequência sobre parâmetros de linhas de transmissão, feitas com a ajuda de um programa digital que leva em consideração o efeito pelicular e os termos de correção de Carson [1], permitem tirar algumas conclusões muito importante, quais sejam:

- As matrizes de transformações S e Q não variam consideravelmente, com a frequência e sobre o ponto de vista prático podem ser considerados invariantes.
- As impedâncias características (surto) dos diversos modos diminuem consideravelmente com o aumento da frequência, sendo que esta variação é mais acentuada no modo 1, também conhecido como modo de terra.
- A velocidade de propagação cresce com o aumento da frequência e tende para a velocidade da luz.
- A atenuação também cresce com o aumento da frequência.

Em todos os casos as maiores variações ocorrem na região das baixas frequências, até 10 [KHz] e se acentuam no modo de terra. A tabela 1 ilustra isto.

Parâmetro	Modo de Propagação	60 [Hz] a 10 [KHz]	10 [KHz] a 1 [MHz]	60 [Hz] a 1 [MHz]	Variação com a Frequência
Impedância de Surto	1	22,4%	13,8%	40%	Diminui
	2	2,0%	0,7%	10%	
	3	2,9%	1,3%	10%	
Velocidade de Propagação	1	28,3%	14,8%	40%	Aumenta
	2	2,1%	0,7%	7%	
	3	2,1%	0,1%	7%	

Há que se analisar agora a influência destas variações nas equações de propagação, ou mais especificamente no cálculo dos fenômenos transitórios. No que diz respeito a impedância de surto ela tem influência na relação entre tensão e corrente nos coeficientes de reflexão. Tomá-la como constante dentro de uma determinada faixa de frequência é bastante razoável, pois o coeficiente de reflexão, por ser uma relação entre impedâncias de surto, torna-se praticamente invariante com a frequência. A escolha conveniente da impedância de surto leva sempre a resultados mais seguros.

Este mesmo critério, no entanto, não será adotado para a constante de propagação a menos que se despreze os efeitos da atenuação e distorção das ondas.

4 - ATENUAÇÃO E DISTORÇÃO

A atenuação de uma onda senoidal de frequência angular ω , ao se propagar por uma distância X da linha de transmissão, pode ser determinada facilmente através da constante de propagação Y. No entanto, em geral, as ondas envolvidas nos fenômenos transitórios não são senoidais e, mesmo quando o são, torna-se mais conveniente representá-las por uma superposição de

degraus, igualmente espaçadas de um intervalo de tempo θ .

Considerando então a aplicação de um degrau no início de uma linha de transmissão, deve-se agora proceder ao cálculo de sua resposta (forma e amplitude) em um ponto situado a uma distância X do terminal onde foi aplicado. A Transformada de Fourier de um degrau unitário é $\left(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right)$ e, levando tal valor na equação (10) da qual se considera apenas a componente que viaja no sentido positivo (componente direta), tem-se:

$$V_i^C(X, \omega) = \left(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right) e^{-Y_i X} \quad (20)$$

A resposta ao degrau no domínio do tempo pode ser encontrada fazendo a Transformada Inversa de Fourier da equação (20). Antes porém, é conveniente fazer uma análise do espectro de frequência da Transformada de Fourier do degrau, de cuja equação pode-se notar claramente que as componentes de mais alta frequência possuem menor amplitude e, à medida que a frequência tende para infinito, a amplitude das componentes tende para zero.

Na tabela 1 pode-se observar que a velocidade de propagação aumenta com a frequência e tende para a velocidade da luz no vácuo quando a frequência tende para o infinito. Conclui-se então que o primeiro componente do degrau a chegar no ponto X tem amplitude zero e velocidade de propagação igual a da luz no vácuo. A tensão no ponto X a partir deste instante crescerá assintoticamente com o tempo. Em termos mais exatos isto equivale a dizer que a onda ao se propagar sofre além da atenuação, também distorção.

A resposta ao degrau, para cada modo de propagação, no domínio do tempo pode então ser obtida por integração numérica da fórmula de Hyllén-Cavallius [2], dada a seguir:

$$V_i^C(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} -I_{\text{mag}} V_i^C(x, \omega) \text{sen}(\omega t) d\omega \quad (21)$$

A integração é feita através de computador digital, utilizando-se o método de integração trapezoidal, com passo de integração da ordem de 2 a 5 [Hz]. Os valores de Y_i são calculados para 10 ou mesmo 20 valores de frequência.

As figuras 1.a e 1.b mostram as respostas temporais obtidas utilizando-se espectros de frequência diferentes para melhor aquilatar os efeitos descritos.

5 - CÁLCULO DOS TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

O armazenamento das informações referentes as ondas que se propagam, em um sistema elétrico

integrado, quando ocorre um distúrbio, é normalmente feito através do Diagrama de Lattice, quando este sistema é representado por um equivalente monofásico. Esta mesma sistemática pode ser utilizada quando da representação polifásica dos sistemas através da Técnica Modal, a qual permite transformar um sistema de n condutores mutuamente acoplado em n sistemas (modos) independentes.

A técnica de Lattice foi no entanto aperfeiçoada a fim de melhor incorporar os recursos obtidos através da Transformação Modal, tais como a representação da atenuação e distorção das ondas, e também adaptá-la para o processamento digital. Afim de melhor descrever o processo, ele será dividido em itens, o primeiro tratará do fenômeno da propagação e o segundo das descontinuidades.

A propagação será a princípio tratada como no Método de Lattice tradicional, ou seja, através de linhas sem perdas. Uma adaptação no entanto será feita afim de levar em consideração os efeitos, das perdas. Será necessário efetuar uma discretização do espaço e do tempo devido ao fato de utilizar-se computadores digitais. Assim um intervalo de tempo básico θ será tomado e o processo se desenvolverá a cada incremento do intervalo de tempo, as linhas serão divididas em secções incrementais correspondentes a um intervalo de tempo. Cada modo de propagação terá um número diferente de secções, dependendo do comprimento da linha e da velocidade de propagação do modo. Para se processar a propagação, em cada modo terá duas tabelas contendo o número de posições igual ao número de secções. Uma tabela conterá degraus de tensões (representativos da onda incidente na linha) que se propagam no sentido direto e em outra tabela tensões que se propagam no sentido reverso. O processo também exige que as ondas sejam representadas por uma sucessão de degraus igualmente espaçados pelo intervalo de tempo básico θ . Estes degraus caminham dentro das tabelas a cada intervalo de tempo, sem sofrerem nenhuma alteração. A figura 1.b ilustra.

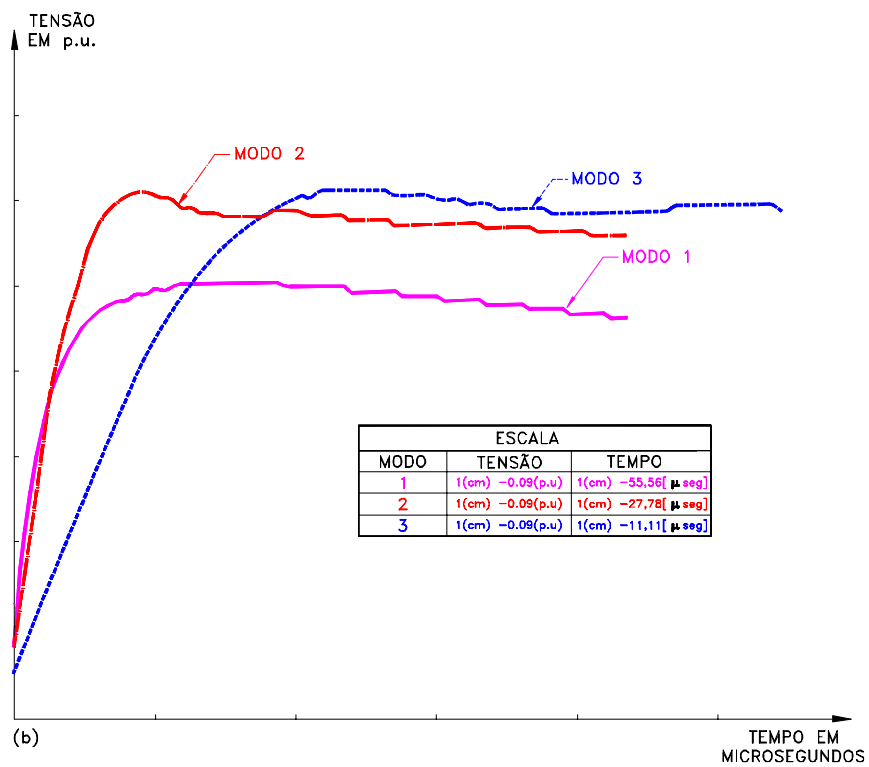
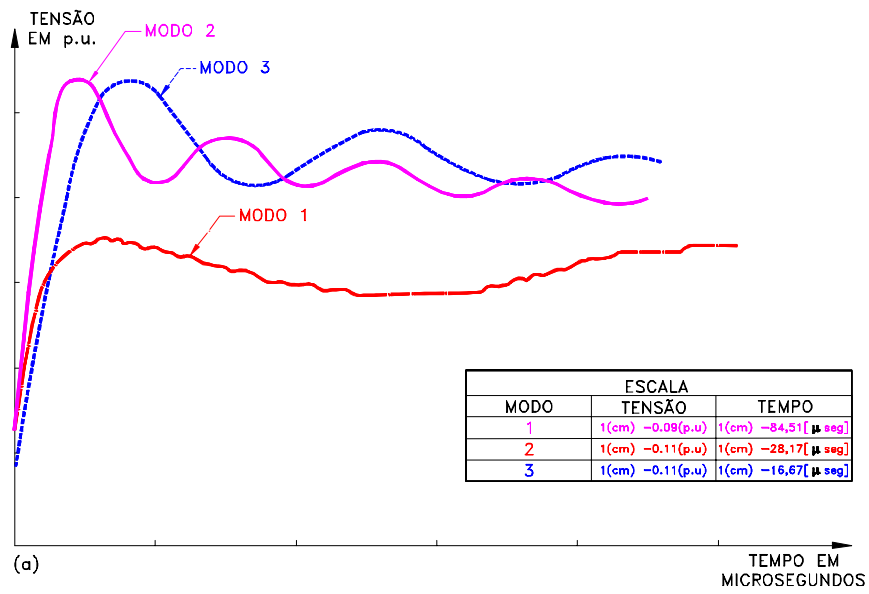


FIGURA 1 - Resposta a um degrau unitário aplicado a uma linha trifásica de 230 [KV] horizontal de 100 [KM] tensão nos modos 1, 2, e 3 x tempo em microsegundos.
 a - Freqüência máxima 11 [KHz] (10/10 [Hz]);
 b - Freqüência máxima 9 [KHz] (10/10 [Hz]).

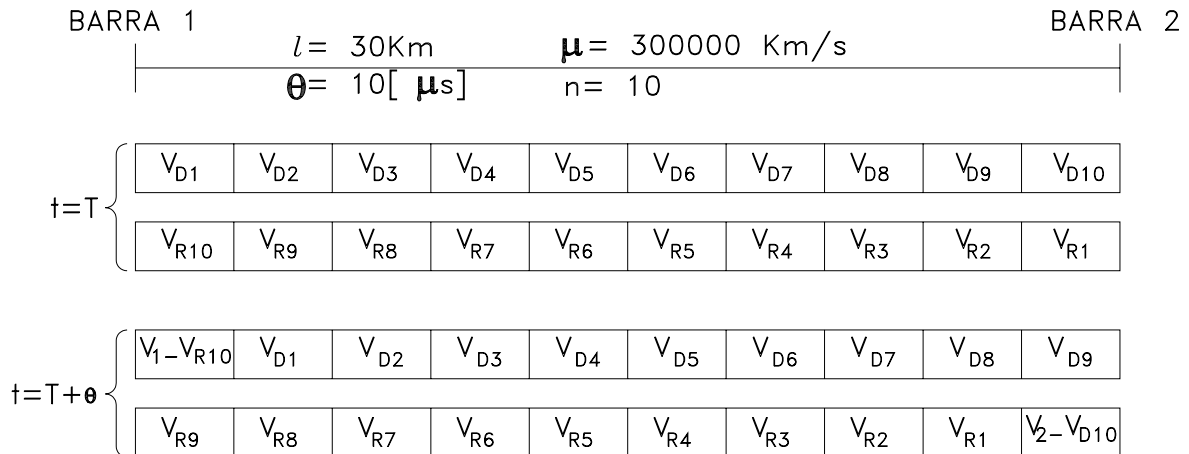


FIGURA 2 - ILUSTRAÇÃO DO PROCESSO DE PROPAGAÇÃO

Nas discontinuidades, tal como barramentos, onde podem estar conectadas várias linhas ou mesmos elementos a parâmetros concentrados, são calculados os coeficientes de reflexão para todas as linhas e elementos a parâmetros concentrados que podem ser representados por secções de linhas. Através destes coeficientes calculam-se as ondas refletidas, as ondas a serem transmitidas nas demais linhas conectadas ao barramento e a variação de tensão no barramento em valores de fase.

É importante que se faça neste ponto um resumo do processo: Quando uma onda é injetada em um ponto qualquer do sistema, em um barramento, esta onda é então dividida em degraus e estes que estão em valores de fase, são transformados através das matrizes modais de transformação das respectivas linhas em valores modais e só então serão colocados nas tabelas encarregadas da propagação. Estes ao atingirem o final das tabelas são novamente transformados de valores modais para valores de fase, os quais são então multiplicados pelos coeficientes de reflexão para se obter as ondas refletidas transmitidas, e as variações de tensão nos barramentos em valores de fase que, transformados para valores modais, vão para as tabelas de propagação efetuando-se assim o ciclo.

Neste processo uma onda qualquer é dividida em uma sucessão de degraus que se propagam de maneira ideal, ou seja, sem sofrer qualquer atenuação ou distorção. Viu-se no entanto, na secção anterior que um degrau ao se propagar em uma linha de transmissão sofre atenuação e distorção. Naquela secção mostrou-se também como calcular a resposta a um degrau unitário. Esta resposta é então tomada como padrão e, por conclusão, obtém-se a resposta a um degrau qualquer. Esta resposta ao degrau é novamente representada por uma sucessão de degraus que entram diretamente nas tabelas de propagação, uma vez que já estão em valores modais. O processo para representação da resposta ao degrau em uma sucessão de degraus é bastante simples [1]. Este processo apresentou excelentes resultados em diversos testes realizados com o programa

desenvolvido. O seu sucesso no entanto depende muito de uma escolha conveniente do intervalo de tempo θ , pois quanto menor for este intervalo, mais preciso será o processo, porém dispendirá mais tempo de computação.

A representação de outros fenômenos, apesar de bastante simples, não será tratada aqui, pois foge do escopo deste artigo.

A figura 3 ilustra um sistema, cujos dados encontram-se em [1], de 230 [KV], onde foi calculado pelo programa desenvolvido com a técnica apresentada a forma de onda na barra 1000, quando por ocasião da energização da linha Anhanguera-Xavantes. Já a figura 4 ilustra a forma de onda da tensão obtida.

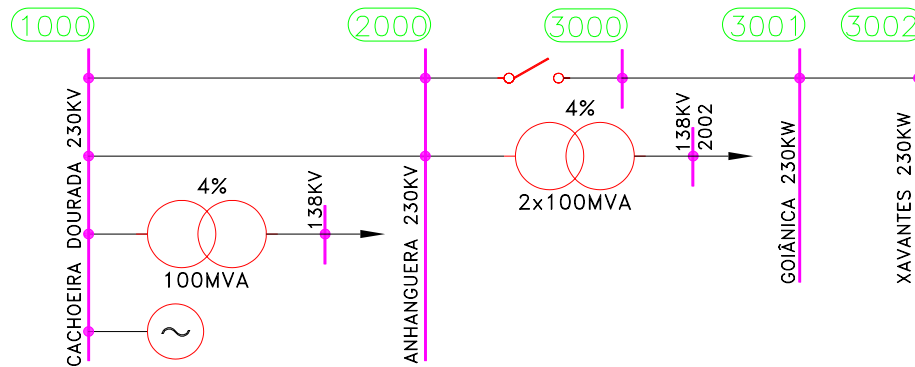


FIGURA 3 - SISTEMA EM ANÁLISE DIAGRAMA UNIFILAR

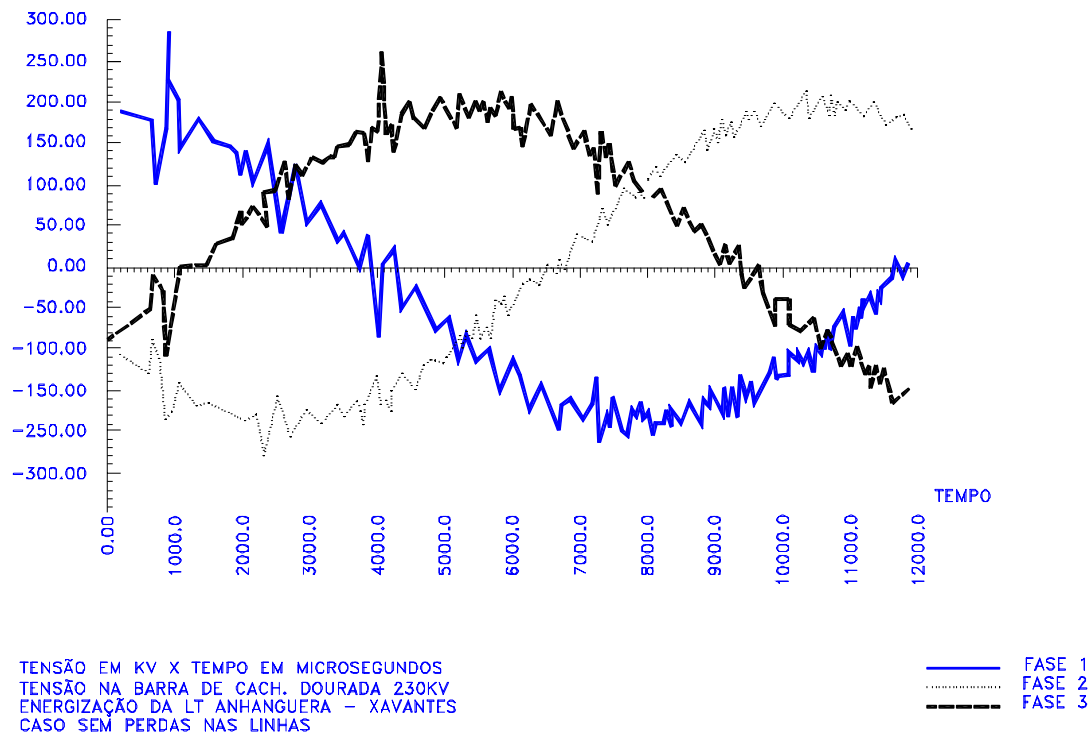


FIGURA 4 - TENSÃO NA BARRA 1000 - CACHOEIRA DOURADA

6 - CONCLUSÕES

A utilização da técnica modal na representação de sistemas polifásicos, constitui um passo importante no desenvolvimento de programas digitais para cálculo de fenômenos transitórios eletromagnéticos, uma vez que com este recurso os programas digitais se colocam à frente dos métodos tradicionais de cálculo, pois permitem a representação de fenômenos de grande influência nos resultados finais, tais como o acoplamento mútuo entre fases, a assimetria das linhas e efeitos que influenciam a forma e a amplitude das ondas viajantes. O processo permite ainda com grande simplicidade, a representação de elementos a parâmetros concentrados e elementos não lineares.

Processamentos de casos do sistema elétrico das Centrais Elétricas de Goiás (Brasil) mostram a eficiência do programa desenvolvido com este método que tem sido de grande utilidade nos estudos de coordenação de isolamento e de capacidade de interrupção de disjuntores.

7 - BIBLIOGRAFIA

- [1] - Machado, S. G. (1982) - Cálculo Digital de Fenômenos Transitórios em Sistemas Elétricos de Potência; Tese de Mestrado, EFEI;
- [2] - Hylten, Cavallius N., e Gjerlow P. (1959) - Distortion of Travelling Waves in High-Voltage Power Lines, ASEA Res., 2, P. 147.

CURRICULOS**SÉRGIO GOMES MACHADO**

Engenheiro Eletricista formado pela Universidade Federal de Goiás em 1976.

Curso de Pós-Graduação pela EFEI. Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica na área de Sistema de Potência.

JOÃO ROBERTO COGO

Engenheiro Eletricista formado pela EFEI em 1974. Consultor da Triel, Engenharia Especializada. Mestre em Ciências na área de Sistema de Potência. Cursos de Pós-Graduação pela EFEI e UFSC. Cursos de especialização, pela EFEI, FUPAI e IBM. Professor da EFEI e CESE (ELETROBRÁS).

JOSÉ CARLOS DE OLIVEIRA

Engenheiro Eletricista formado pela EFEI em 1970. Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica pela EFEI em 1974. PhD, na área de Transmissão em Energia Elétrica em Corrente Contínua Sistemas conversores estáticos pela University of Manchester Institute of Science and Technology (UMISTI) - Inglaterra em 1979. Ex-professor Titular da EFEI, tendo ministrado cursos nas áreas de Máquinas Elétricas e Acionamentos Elétricos em nível de graduação e Transmissão em Corrente Contínua e Sobretensões em Sistemas Elétricos em nível de pós-graduação, atividades de ensino iniciadas em 1970. Professor do INATEL, tendo ministrado, cursos na área de Circuitos Elétricos. Consultor da TRIEL S.A desde 72. Professor convidado pela ELETROBRÁS para cursos de treinamento na área de Transmissão em Corrente Contínua. Atualmente é Professor Titular na Universidade de Uberlândia.