

# MODELAGEM DE ACIONAMENTOS COM INVERSORES AUTOCONTROLADORES DE CORRENTE IMPOSTA

Sá, J.S.\*; Cogo, J.R.\*; Arango, H.\*; Ayoub, H.Y.\*\*

\* Escola Federal de Engenharia de Itajubá

Av. BPS, 1303 - Caixa Postal 50

37500 - Itajubá - MG

\*\* Aluno do curso de Pós-Graduação da EFEI

## RESUMO

Neste trabalho é apresentado um modelo para o acionamento com inversor fonte de corrente (C.S.I.). O processo de comutação é também descrito através de um conjunto de equações transcendentais, cuja solução só pode ser obtida através de um processo numérico.

## MODELING OF DRIVES WITH IMPOSED-CURRENT SELF- CONTROLLED INVERTERS

## ABSTRACT

In this work it is introduced a model for an induction motor driven by a current source inverter (C.S.I.). The process of commutation is also described by sets of transcendental equations whose solution can only be obtained through a numerical process.

## 1 - INTRODUÇÃO

Seja estabelecer um modelo equivalente, por fase, para o motor de indução trifásico, quando o mesmo é alimentado por formas de onda de corrente do tipo mostrado na FIGURA 1(a).

A forma de onda mostrada na FIGURA 1(a) é imposta à fase a do motor pelo circuito inversor, mostrado na FIGURA 1(b).

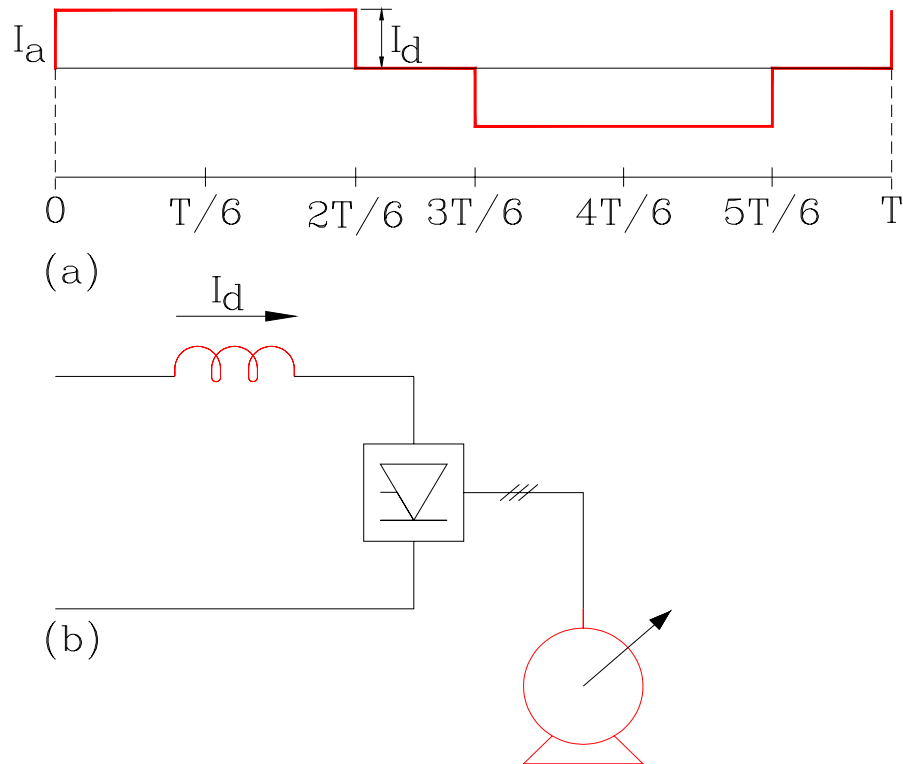


FIGURA 1 - (a) - FORMA DE ONDA IMPOSTA PELO INVERSOR  
(b) - DIAGRAMA DE BLOCO DO INVERSOR

A decomposição da forma de onda da corrente  $I_a$  em uma série trigonométrica de Fourier resulta:

$$I_a = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \text{sen}(\omega t + \pi/6) + \frac{2\sqrt{3}}{5\pi} I_d \text{sen}(5\omega t - \pi/6) + \frac{2\sqrt{3}}{7\pi} I_d \text{sen}(7\omega t + \pi/6) + \dots \quad (1)$$

Admitindo-se que os efeitos produzidos pelas componentes harmônicas presentes em (1) possam ser tratados individualmente, tomemos os seus respectivos fasores eficazes e com base no circuito elétrico equivalente convencional do motor, uma série de circuitos equivalentes pode, então, ser derivado (FIGURA 2).

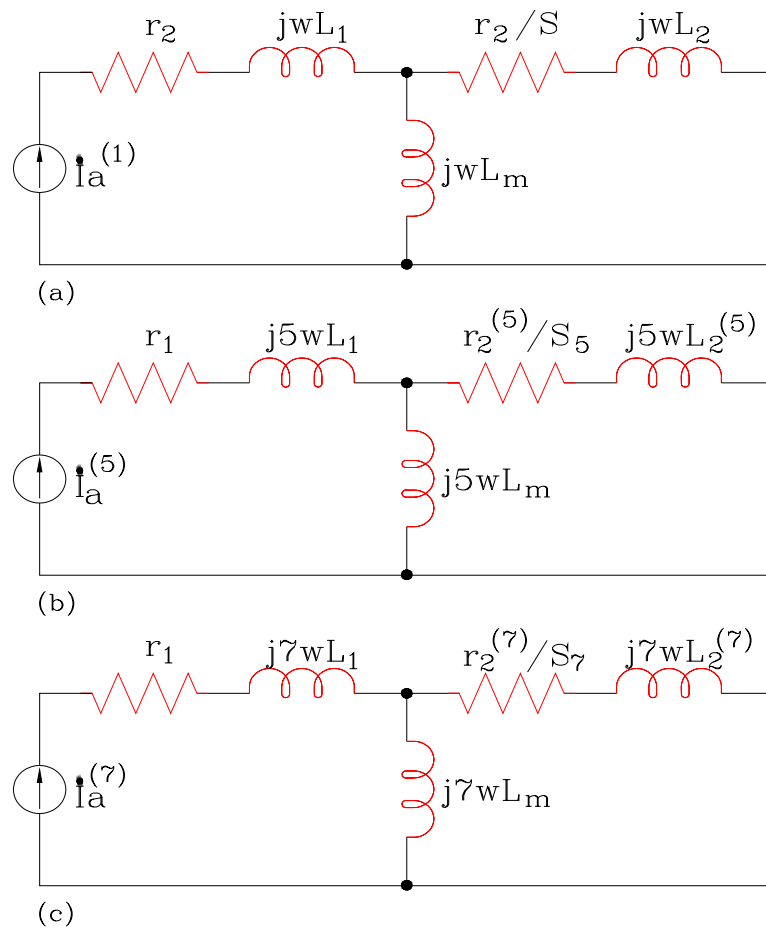


FIGURA 2 - CIRCUITOS EQUIVALENTES HARMÔNICOS  
 a - componente fundamental;  
 b - 5º harmônico;  
 c - 7º harmônico.

## 2 - CIRCUITO EQUIVALENTE HARMÔNICO APROXIMADO

Considere o circuito equivalente harmônico para uma componente harmônica genérica da corrente de ordem  $v$ .

( $v = 6n \pm 1$ ;  $n = 1, 2, \dots$ )

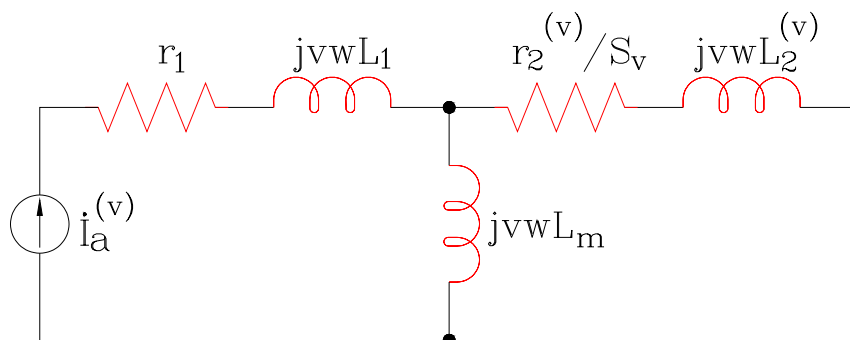


FIGURA 3 - CIRCUITO EQUIVALENTE HARMÔNICO PARA A COMPONENTE DE ORDEM  $v$

A presença de harmônicos de corrente faz com que surjam campos magnéticos de seqüência positiva e negativa, girando a uma velocidade  $v$  vezes maior que a síncrona. A fim de relacionar as diferenças de velocidades entre os campos magnéticos, devido aos harmônicos, e o eixo do motor, surge a necessidade de definir-se o escorregamento harmônico, dado pela equação (2).

$$s_v = \frac{v \cdot \omega \pm \omega_R}{v \cdot \omega} \quad (2)$$

Da equação (2) observa-se que embora a velocidade do eixo do motor varie entre 0 e  $\cong \omega$ , o escorregamento para harmônicos de ordem  $v$  sofre pequenas variações em torno da unidade. Desta forma, o circuito equivalente harmônico da FIGURA 3 torna-se similar ao circuito equivalente com rotor travado. Assim, para efeito da simplificação pode-se omitir do circuito equivalente harmônico a reatância de magnetização, sem que grandes imprecisões sejam cometidas. Desta forma, o circuito equivalente harmônico parcialmente simplificado é mostrado na FIGURA 4.

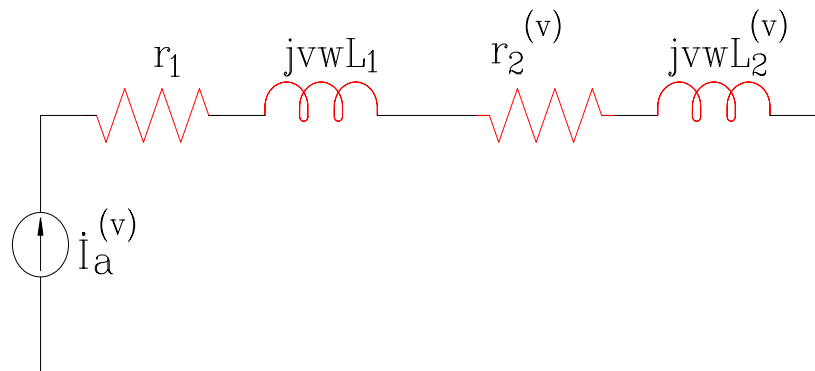


FIGURA 4 - CIRCUITO EQUIVALENTE HARMÔNICO PARCIALMENTE SIMPLIFICADO

Quanto aos parâmetros do rotor  $r_2^{(v)}$  e  $L_2^{(v)}$  devido as altas freqüências impostas ao rotor pelas componentes harmônicas e a conseqüente redução de área efetiva das barras do rotor (efeito skin), ocorre respectivamente, um acréscimo e um decréscimo destes parâmetros.

A FIGURA 5 mostra a variação da resistência  $r_2^{(v)}$  e da indutância de dispersão  $L_2^{(v)}$  em função da ordem dos harmônicos.

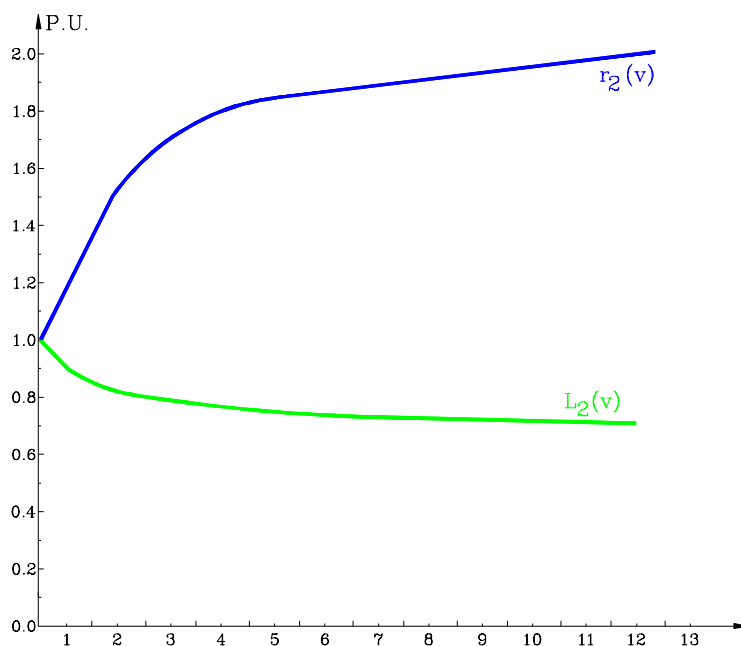


FIGURA 5 - GRANDEZAS DO ROTOR X ORDEM HARMÔNICA

Embora a indutância de dispersão do rotor decresça com o aumento da frequência, a reatância de dispersão  $x_2^{(v)}$  (sendo o produto da frequência pela indutância) cresce, apesar de  $x_2^{(v)} < vx_2$ , onde  $x_2$  é a reatância de dispersão em condições normais de funcionamento.

A FIGURA 6 mostra as variações típicas das componentes resistiva  $R^{(v)}$  e reativa  $X^{(v)}$  mostradas no circuito equivalente harmônico da FIGURA 4 com a ordem dos harmônicos.

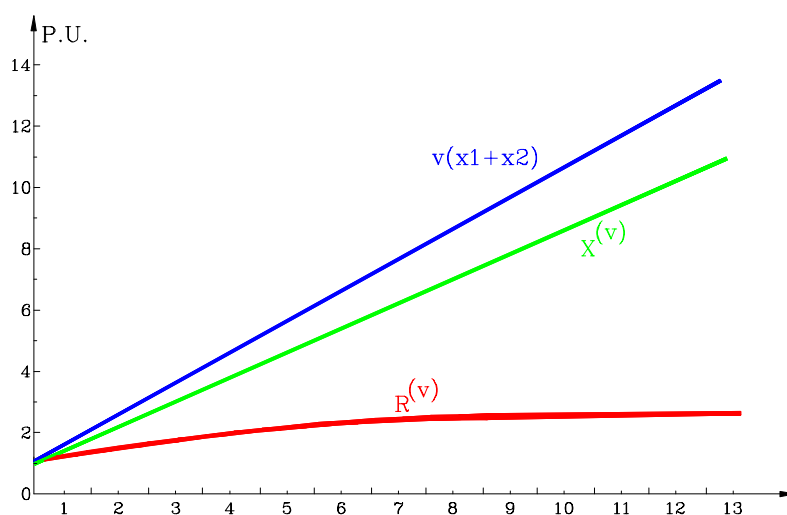


FIGURA 6 - COMPONENTES RESISTIVA E REATIVA X ORDEM HARMÔNICA

Observe que a componente resistiva é muito menor que a componente reativa e, conseqüentemente, a impedância equivalente harmônica pode ser tomada como sendo puramente indutiva. Desta forma, uma boa aproximação é conseguida com:

$$\dot{z}^{(v)} = R^{(v)} + jX^{(v)} \cong jX^{(v)} \cong jv(x_1 + x_2) \quad (3)$$

Assim, o circuito equivalente harmônico do motor para uma componente harmônica genérica da corrente de ordem  $v$ , após todas as simplificações possíveis é o mostrado na FIGURA 7.

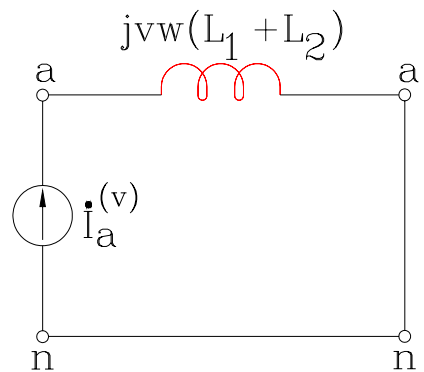


FIGURA 7 - CIRCUITO EQUIVALENTE HARMÔNICO APROXIMADO

### 3 - O MODELO DO MOTOR

Inicialmente, considere somente o circuito equivalente harmônico para a componente fundamental da corrente, mostrado na FIGURA 2(a).

Admitindo-se que a resistência do estator seja desprezível, a impedância equivalente para a componente fundamental da corrente é dada pela equação (4).

$$\dot{z}_{EQ} = j\omega(L_1 + L_2) + R_b + j\omega L_b \quad (4)$$

onde:

$$R_b = \frac{\omega \left( \frac{r_2}{\omega_2} \right) L_M^2}{\left( \frac{r_2}{\omega_2} \right)^2 + (L_M + L_2)^2} \quad (5)$$

$$L_b = \frac{\left(\frac{r_2}{\omega_2}\right)^2 (L_M - L_2) - L_2^2 (L_M + L_2)}{\left(\frac{r_2}{\omega_2}\right)^2 + (L_M + L_2)^2} \quad (6)$$

A equação (4) representa o circuito mostrado na FIGURA 8.

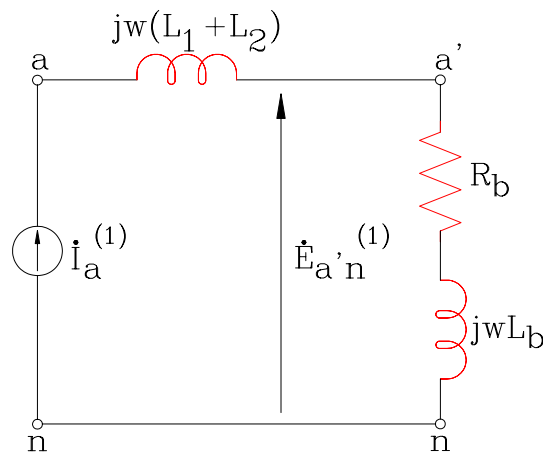


FIGURA 8 - MODELO REDUZIDO PARA O COMPONENTE FUNDAMENTAL

Da FIGURA 8 tem-se:

$$\dot{E}_{a'n}^{(1)} = E_{a'n}^{(1)} e^{j(\phi_b + \pi/6)} \quad (7)$$

onde:

$$E_{a'n}^{(1)} = Z_b \cdot I_a^{(1)} \quad (8)$$

$$Z_b = \sqrt{R_b^2 + (\omega L_b)^2} \quad (9)$$

$$\phi_b = \text{tg}^{-1} \frac{\omega L_b}{R_b} \quad (10)$$

O circuito equivalente da FIGURA 8, levado ao domínio do tempo é mostrado abaixo.

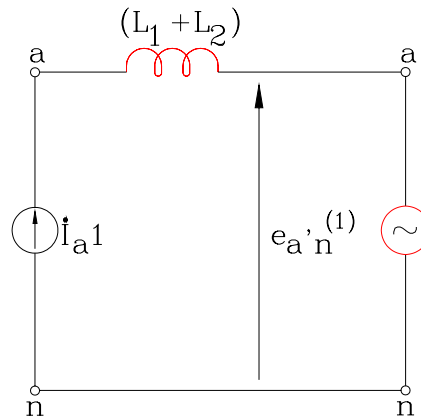


FIGURA 9 - MODELO REDUZIDO NO DOMÍNIO DO TEMPO

onde

$$I_{a1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \text{sen}(\omega t + \pi/6) \quad (11)$$

$$e_{a'n}^{(1)} = \sqrt{2} E_{a'n}^{(1)} \text{sen}(\omega t + \phi_b + \pi/6) \quad (12)$$

De modo análogo, o circuito equivalente harmônico aproximado, levado ao domínio do tempo é mostrado na FIGURA 10.

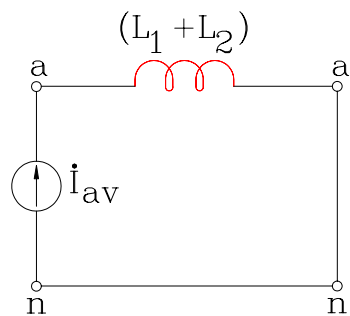


FIGURA 10 - CIRCUITO EQUIVALENTE HARMÔNICO APROXIMADO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Com base nos circuitos equivalentes harmônicos estabelecidos para a componente fundamental da corrente e para os harmônicos de ordem  $v$ , fazamos:

$$u_{an} = u_{an}^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{an}^{(v)} \quad (13)$$

Dos circuitos harmônicos equivalentes mostrados nas FIGURAS 9 e 10, tem-se:

$$u_{an}^{(1)} = (L_1 + L_2) \frac{d}{dt} I_{a1} + e_{a'n}^{(1)} \quad (14)$$

$$u_{an}^{(v)} = (L_1 + L_2) \frac{d}{dt} I_{av} \quad (15)$$

Desta forma,

$$u_{an} = (L_1 + L_2) \frac{d}{dt} \left( I_{a1} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{av} \right) + e_{a'n}^{(1)} \quad (16)$$

Por outro lado,

$$I_{a1} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{av} = I_a \quad (17)$$

Assim,

$$u_{an} = (L_1 + L_2) \frac{d}{dt} I_a + e_{a'n}^{(1)} \quad (18)$$

A equação (18) descreve o comportamento da tensão gerada nos terminais de alimentação do motor e com base nesta equação é derivado o modelo do motor de indução (FIGURA 11).

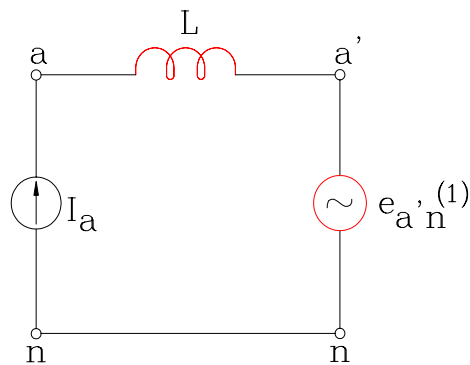


FIGURA 11 - MODELO DO MOTOR

## 4 - ANÁLISE DA COMUTAÇÃO

Considere que o C.S.I. alimente um motor de indução trifásico, representado na FIGURA 12, em cada fase, por uma indutância em série com uma f.c.e.m. induzida, tal como mostrado anteriormente.

O circuito de potência do C.S.I, como pode ser visto da FIGURA 12, basicamente é uma ponte trifásica totalmente controlada com a adição de diodos e capacitores de comutação.

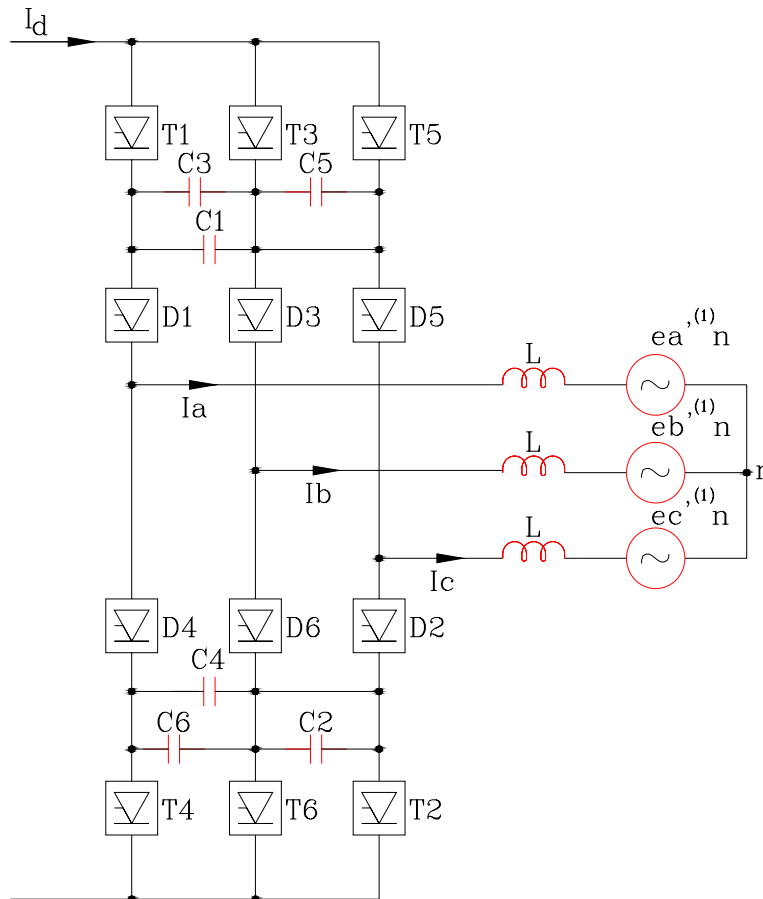


FIGURA 12 - CIRCUITO DE POTÊNCIA DO C.S.I

Do inversor fonte de corrente, mostrado acima, os tiristores (T1, T2, ..., T6) funcionam como chaves eletrônicas, convertendo a corrente de entrada DC na forma de onda de linha mostrada na FIGURA 1(a).

Os números colocados junto aos tiristores representam a seqüência com que os mesmos são ligados. Em qualquer instante, somente 2 tiristores são ligados, como cada um conduzindo a corrente DC por  $120^\circ$ . O tiristor é comutado (desligado) através do disparo do tiristor adjacente da próxima fase; desta forma, as comutações ocorrem dentro de um mesmo grupo, a saber: grupo superior (T1, T3 e T5) e grupo inferior (T4, T6 e T2).

Uma vez que as comutações não ocorrem simultaneamente entre os grupos, o processo de comutação pode ser descrito independentemente para cada meia ponte. Considere que os tiristores T1 e T6 estejam conduzindo a corrente DC quando em  $t = T/6$ , o tiristor T2 é disparado, ou seja, que a comutação ocorra na meia ponte inferior mostrada na FIGURA 13; as polaridades dos capacitores indicadas correspondem às cargas finais armazenadas durante o último processo de comutação.

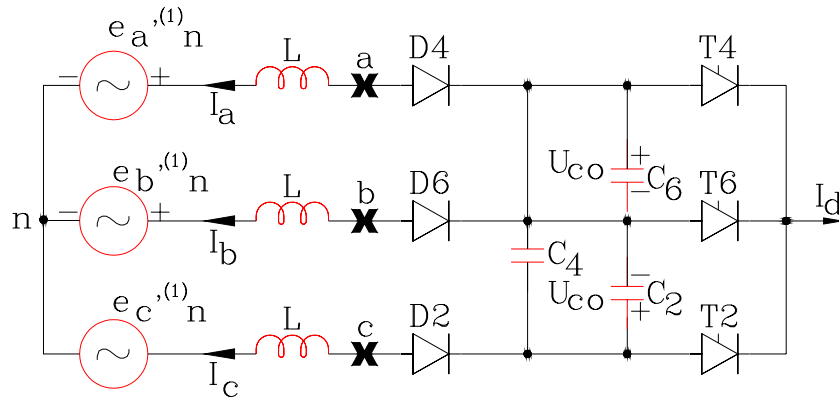


FIGURA 13 - MEIA PONTE INFERIOR

Devido a polaridade de capacitor C2, a corrente  $I_d$  é comutada quase que instantaneamente do tiristor T6 para o tiristor T2, estabelecendo-se, desta forma, o circuito elétrico mostrado em linhas mais fortes na FIGURA 14.

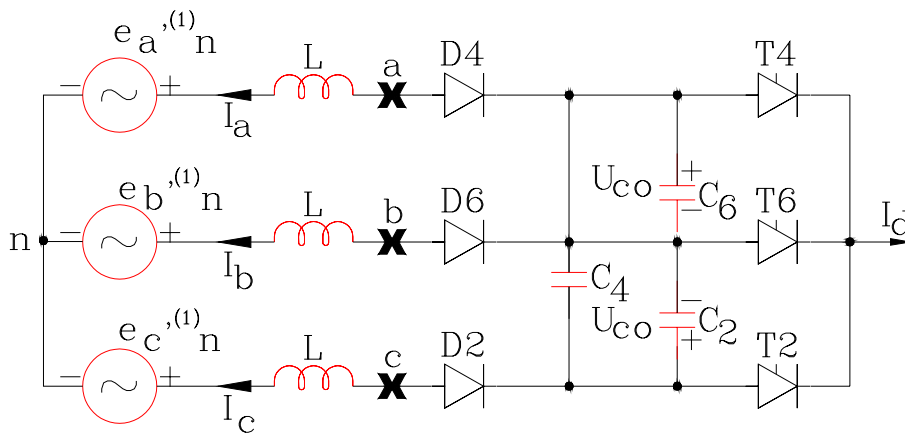


FIGURA 14 - CIRCUITO ELÉTRICO VÁLIDO PARA O INTERVALO  $0 \leq t^* \leq \Delta t_1$

Durante todo o intervalo  $\Delta t_1$  o diodo D2 é polarizado reversamente.

A variação da tensão sobre o capacitor C2 durante o intervalo  $0 \leq t^* \leq \Delta t_1$  é dada pela equação (19).

$$U_{c2}(t^*) = -U_{co} + \frac{2}{3} I_d \frac{t^*}{C} \quad (19)$$

onde  $U_{co}$  é a tensão de pico do capacitor em regime permanente.

O intervalo de tempo  $\Delta t_1$  termina no exato instante que o diodo D2 começa a conduzir. Assim, a equação (20) pode ser resolvida, numericamente, para fornecer a duração do intervalo  $\Delta t_1$ .

$$-U_{co} + \frac{2}{3} I_d \frac{\Delta t_1}{C} = U_{bc} \Big|_{t=T/6+\Delta t_1} \quad (20)$$

Ao final do intervalo  $\Delta t_1$  (início de condução do diodo D2), o circuito elétrico estabelecido é mostrado em linhas mais fortes na FIGURA 15.

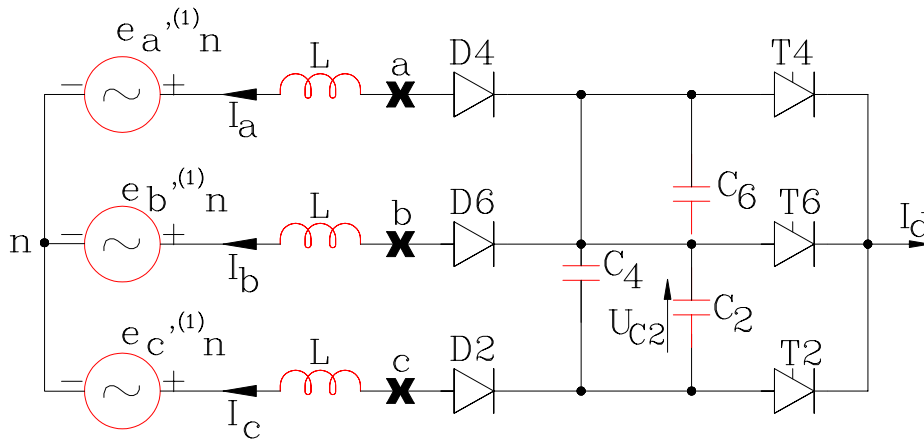


FIGURA 15 - CIRCUITO ELÉTRICO VÁLIDO PARA O INTERVALO  $0 \leq t' \leq \Delta t_2$

Aplicando a 1ª lei de Kirchoff na malha formada pelo diodo D2, capacitor C2, diodo D6, e pelas tensões  $U_{bn}$  e  $U_{cn}$ , resulta:

$$e_{b'n}^{(1)} + L \frac{d}{dt'} I_b - U_{c2} - L \frac{d}{dt'} I_c - e_{c'n}^{(1)} = 0 \quad (21)$$

onde

$$t' = t - (T/6 + \Delta t_1) \quad (22)$$

Aplicando a 2ª lei de Kirchoff no nó n, resulta:

$$I_b + I_c = - I_d \quad (23)$$

A variação da tensão  $u_{c2}$  sobre o capacitor  $C_2$ , no intervalo correspondente a  $0 \leq t' \leq \Delta t_2$ , é dada por:

$$U_{c2}(t') = U_{c2}(\Delta t_1) - \frac{1}{C} \int_0^{t'} \frac{2}{3} I_b dt' \quad (24)$$

Substituindo-se as equações (23) e (24) na equação (21), resulta:

$$\frac{d^2}{dt'^2} I_b + \frac{1}{3LC} I_b = \frac{1}{2L} \frac{d}{dt'} \left( e_{c'n}^{(1)} - e_{b'n}^{(1)} \right) \Big|_{t=t'+(T/6+\Delta t_1)} \quad (25)$$

As condições iniciais para resolver a equação (25) são:

$$\left( I_b = -I_d; \frac{d}{dt'} I_b = 0 \right) \Big|_{t'=0} \quad (26)$$

Resolvendo a equação (25) para as condições iniciais dadas pela equação (26), resulta:

$$I_b = -I_d \cos \omega_1 t' - I_o \left[ \frac{\omega}{\omega_1} \sin \beta_1 \sin \omega t' + -\cos \beta_1 \cos \omega_1 t' + \cos(\omega t' + \beta_1) \right] \quad (27)$$

onde,

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{3LC}} \quad (28)$$

$$I_o = \frac{\sqrt{3} \sqrt{2} E_{a'n}^{(1)} \omega}{2(\omega_1^2 - \omega^2)L} \quad (29)$$

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 + \phi_b \quad (30)$$

A duração do intervalo  $\Delta t_2$  termina quando  $I_b$  se anular; desta forma, a duração do intervalo  $\Delta t_2$  pode ser calculada através da solução numérica da equação (30).

$$I_b \Big|_{t'=\Delta t_2} = 0 \quad (31)$$

Ao final do intervalo  $\Delta t_2$  a tensão sobre o capacitor  $C_2$  vale:

$$U_{c_2}(\Delta t_2) = U_{c_2}(\Delta t_1) - \frac{1}{C} \int_0^{\Delta t_2} \frac{2}{3} I_b dt' \quad (32)$$

Em regime permanente, a tensão do capacitor ao final do intervalo  $\Delta t_2$  deve ser igual a tensão inicial  $U_{co}$ ; desta forma,

$$U_{c_2}(\Delta t_2) = U_{co} \quad (33)$$

## 5 - CONCLUSÃO

O modelo do motor de indução desenvolvido é baseado no circuito equivalente convencional do motor.

O processo de comutação descrito leva em conta a variação da f.c.e.m. induzida no motor durante a comutação, o que numa análise convencional, geralmente, não é considerado.

## 6 - BIBLIOGRAFIA

- [1] - Klingshirn, E. A. and Jordan, H. E.: "Polyphase Induction Motor Performance and losses on Nonsinusoidal Voltage Source". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, nº 3, march 1968;
- [2] - Avirash Joshi and Shashi B. Dewan: "Modified Steady-State Analysis of the Current-Source Inverter and Squirrel Cage Motor Drive". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-17, nº 1, January/February 1981;
- [3] - Cummings, Paul G.: "Estimating Effect of System Harmonics on Losses and Temperature Rise of Squirrel - Cage Motors". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-22, nº 6, November/December 1986;
- [4] - Ayoub, H.Y.: "Metodologia para Análise e Especificação de Acionamentos com Motores de Indução Trifásicos Controlados com Conversores de Corrente Imposta". Tese de Mestrado em andamento, EFEI.